

FNCTIONS COMPOSEES – EXERCICES CORRIGES

Exercice n°1.

On considère les fonctions suivantes : $f_1 : x \rightarrow x^2$, $f_2 : x \rightarrow \sqrt{x}$ et $g_1 : x \rightarrow x - 4$

Donner l'ensemble de définition et l'expression des fonctions composées suivantes :

1) $g_1 \circ f_1$ 2) $f_1 \circ g_1$ 3) $g_1 \circ f_2$ 4) $f_2 \circ g_1$ 5) $f_1 \circ f_1$ $f_1 \circ g_1 \circ f_2$

Déterminer deux fonctions u et v telles que $f = v \circ u$

1) $f(x) = (x-3)^2$ 2) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$ 3) $f(x) = \sqrt{3x-1}$ 4) $f(x) = \sin\left(3x - \frac{\pi}{2}\right)$

Ecrire g comme composée de trois fonctions : $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2+3}}$

Exercice n°2.

Ecrire les expressions correspondant aux montages suivants, c'est-à-dire le résultat obtenu en entrant x dans le montage

1) $\xrightarrow{\times 7} \xrightarrow{-2}$ 2) $\xrightarrow{-2} \xrightarrow{\times 7}$ 3) $\xrightarrow{(\cdot)^2} \xrightarrow{\times(-2)} \xrightarrow{+3}$
 4) $\xrightarrow{\times 3} \xrightarrow{+5} \xrightarrow{\frac{1}{(\cdot)}}$

Exercice n°3.

Soit f la fonction définie sur $]-\infty; 3]$ par $f(x) = 2 + \sqrt{3-x}$ et g la fonction définie sur $[2; +\infty[$ par $g(x) = -x^2 + 4x - 1$

- 1) Montrer que pour tout $x \in [2; +\infty[$, $(f \circ g)(x) = x$
- 2) Montrer que pour tout $x \in]-\infty; 3]$, $(g \circ f)(x) = x$
- 3) Est-ce que, dans cet exemple, $g \circ f = f \circ g$?

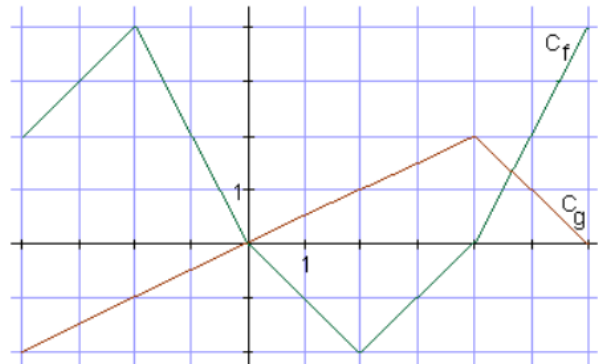
Exercice n°4.

Soit f et g deux fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x - 5$ et $g(x) = \frac{2x^2+1}{x^2+1}$.

- 1) Démontrez que pour tout réel x , on a $1 \leq g(x) < 2$
- 2) Démontrez que la fonction $g \circ f$ est bornée sur \mathbb{R} (c'est-à-dire qu'il existe un minorant m et un majorant M tels que pour tout réel x , on ait, $m \leq (g \circ f)(x) \leq M$)
- 3) Démontrez que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a $-2 \leq (f \circ g)(x) < 1$

Exercice n°5.

Deux fonctions f et g définies sur l'intervalle $[-4, 6]$ sont représentées ci-contre. Étudier le sens de variation de $g \circ f$



Exercice n°6.

On considère les fonctions suivantes : $f : x \rightarrow x^2 + 4$ et $g : x \rightarrow x - 4$

- 1) Soit $I =]-\infty; 0]$. Déterminer $f(I)$
- 2) Soit $J = [5; +\infty[$. Déterminer $g(J)$

Exercice n°7.

Déterminer deux fonctions f et g telles que h soit la composée de f suivie de g , puis étudier le sens de variation de h .

1) $h(x) = (2x+4)^2$ 2) $h(x) = (5-2x)^2$ 3) $h(x) = 7-x^2$ 4) $h(x) = \frac{1}{x+4}$

Exercice n°8.

Soit $f(x) = \frac{x}{x+1}$ en $n \in \mathbb{N}^*$. Exprimer $\underbrace{(f \circ f \circ f \circ \dots \circ f)}_{n \text{ fois } f}(x)$ en fonction de x et de n .